

## **О ПОСТРОЕНИИ ДВИЖЕНИЯ МАГНИТОЛЕВИТИРУЮЩЕГО ПОЕЗДА**

*Поляков В. А., Хачапуридзе Н. М.*

Институт транспортных систем и технологий НАН Украины,  
Днепропетровск, Украина

Транспортный комплекс с магнитолевитирующими поездами (МЛП) предназначен для осуществления грузопассажирского перевозочного процесса. Эффективное и безопасное выполнение этого предназначения невозможно без гарантированного придания движению каждого из упомянутых поездов ряда свойств, являющихся его целями. В то же время, их достижение, как правило, затруднено рядом факторов, основными из которых являются: нестационарность параметров поезда; поликоординатность возмущающих воздействий на него; их непредсказуемость; взаимосвязанность компонентов движения системы.

Некоторые из таких компонентов полезны, так как соблюдение их требуемых законов приводит к исчерпывающему решению двигательной задачи МЛП. Иные же парциальные движения бесполезны (или вредны), поскольку затрудняют (либо делают невозможным) упомянутое решение. Поэтому гарантированная целенаправленность динамики поезда достижима сочетанием активного управления её полезными компонентами с пассивным подавлением паразитных (бесполезных и вредных) компонентов.

Авторам не известны работы, в которых бы реализовывалось решение проблемы построения динамики МЛП в предлагаемой ими общей постановке.

Специфика построения полезного движения МЛП состоит в необходимости его гарантированного приведения в последовательность состояний к заданным моментам времени, или в назначенных точках пути. В промежутках же между граничными точками движение должно обладать общединамическими качествами (безопасностью, асимптотической устойчивостью и т.д.), а также свойствами (обычно – экстремальными), особыми для каждого из режимов (минимальным энергопотреблением, или максимальным быстродействием и т.п.). При этом алгоритмы управления не должны быть избыточно сложны и ресурсоёмки.

Отмеченным требованиям к назначению и способу организации построения полезного движения МЛП в наибольшей степени соответствует терминальный принцип такого построения [1]. Упомянутое движение на терминальном интервале  $[s, T]$  может быть описано моделью

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= f[x(t), u(t), w(t), t] \quad \forall t \in [s, T]; \\ x(s) &\in M, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $x(t)$ ,  $u(t)$ ,  $w(t) \quad \forall t \in [s, T]$  – векторы состояния поезда, а также управляющих и возмущающих воздействий на него;  $t, s, T$  – время, а также его начальное и конечное (на рассматриваемом интервале) значения;  $f(\bullet)$  – заданная вектор-функция;  $M$  – заданное замкнутое множество, ограничивающее возможные начальные состояния МЛП. Здесь и далее любая функция с точкой на месте аргумента означает всю такую функцию, как единое целое.

Условия безопасности конструируемого движения и ограниченности его управлений представимы в виде

$$x(t) \in S, \quad u(t) \in U \quad \forall t \in [s, T]. \quad (2)$$

О непредсказуемых же возмущениях такого движения обычно известно лишь то, что

$$w(t) \in W \quad \forall t \in [s, T]. \quad (3)$$

В соотношениях (2) и (3) дополнительно обозначено:  $S, U, W$  – заданные замкнутые множества в пространствах состояний, управлений и возмущений поезда. Терминальная цель его движения (на интервале  $[s, T]$ ) формализуема программой

$$x(T) \in G, \quad (4)$$

где  $G$  – заданное в пространстве состояний МЛП целевое множество.

В любом режиме качество движения (по комплексу выдвигаемых критериев) количественно характеризуемо значением показателя такого качества. Выражение для его определения зачастую имеет вид функционала типа  $J\{x[\bullet], u(\bullet), w(\bullet)\}$ . При этом, как отмечено,  $w(t)$  обычно непредсказуемы. Тем ни менее, необходимо гарантировать приемлемое качество каждой реализации процесса в системе при любых возможных реализациях таких возмущений. Тогда адекватная стратегия формирования программной составляющей управлений  $u^p(\bullet)$  может быть получена из минимаксного дифференциально-игрового соотношения [2] вида

$$\begin{aligned} I^p &= \inf_{u^p(\bullet)} \sup_{w(\bullet)} J\{x[\bullet], u^p(\bullet), w(\bullet)\} = \\ &= \inf_{u^p(\bullet)} \sup_{w(\bullet)} \left\{ \int_s^T \lambda[u^p(\bullet), w(\bullet)] \cdot dt : \right. \\ &\left. u^p(\bullet) \in U^p, w(\bullet) \in W, t \in [s, T] \right\}, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $I^p$  – показатель качества программного управления  $u^p(\bullet)$ ;  $\lambda(\bullet)$  – заданная функция своих аргументов;  $U^p$  – заданное замкнутое множество в пространстве программных управлений. При этом второе

из включений (1), а также включение (4) приобретают смысл граничных условий слева и справа соответственно.

Возмущения  $w(\bullet)$  пытаются не только дестабилизировать программную фазовую траекторию системы  $x^p(\bullet)$  (стабилизируемую под воздействием  $u^p(\bullet)$ ), но и увести её изображающую точку с такой траектории. Этому должна препятствовать корректирующая составляющая управления  $u^c(\bullet)$ . Стратегия её синтеза может быть получена с использованием, например, способа аркана [3] и дополнена программой получаемой из минимаксного дифференциально-игрового выражения вида

$$\Gamma^c = \inf_{u^c(\bullet)} \sup_{w(\bullet)} \left\{ \int_s^T \mu[u^c(\bullet), w(\bullet)] \cdot dt : \right. \\ \left. u^c(\bullet) \in U^c, w(\bullet) \in W, t \in [s, T] \right\}, \quad (6)$$

где  $\Gamma^c$  – показатель качества управления  $u^c(\bullet)$ ;  $\mu(\bullet)$  – заданная функция;  $U^c$  – заданное замкнутое множество в пространстве управлений  $u^c(\bullet)$ .

Подзадачи стабилизации программной траектории и гибкой позиционной коррекции относительно неё текущего положения изображающей точки системы тесно взаимосвязаны. Однако практическое разрешение некоторых их частей может быть разнесено во времени. Это возможно благодаря следующему. Обстановка движения МЛП может быть классифицирована по принципу дихотомии в виде вложенных уровней классов. Натурное опознание любого из них осуществимо по соответствующему набору значений доступных для наблюдения, однозначно его идентифицирующих параметров и требует выполнения относительно небольшого объёма дополнительных операций. В то же время, при создании регулятора каждому классу  $\alpha$  ожидаемой обстановки в соответствие ему могут быть поставлены и зафиксированы в программном запоминающем устройстве (ПЗУ) регулятора требуемая (в этом классе) программная траектория  $x_\alpha^p(\bullet)$  и (гарантированно её стабилизирующее) управление  $u_\alpha^p(\bullet)$ . Тогда при движении поезда, после опознания реализовавшегося класса  $\alpha$  обстановки и считывания из ПЗУ соответствующих ему  $x_\alpha^p(\bullet)$  и  $u_\alpha^p(\bullet)$ , становится возможным их использование при определении полного активного управления системы. Компонент же  $u^c(\bullet)$  подлежит оперативному синтезу непосредственно в процессе движения, поскольку является позиционным и поэтому принципиально не может быть сконструирован заблаговременно. Для построения полезного движения МЛП к нему должно быть приложено управление

$$u(t) = u^p(t) + \Theta(t) \cdot u^c(t_k)$$

$$\forall t \in [t_k, t_{(k+1)}), t_k = k \cdot h, t_{(k+1)} = (k+1) \cdot h,$$

$$k = [0, L], L = \text{int}(T \cdot h^{-1}), \quad (7)$$

где  $\Theta(t)$  – матрица коэффициентов, выбор которых должен ограничивать наиболее критичные параметры движения, а также повышать его устойчивость;  $h$  – шаг дискретизации  $u^c(\bullet)$ . Итак, на каждом терминальном интервале упомянутое движение строится по принципу дискретной позиционной коррекции текущего состояния поезда относительно заблаговременно синтезированной (для реализовавшейся обстановки) континуально стабилизируемой программной траектории его изображающей точки. Основное преимущество изложенного способа построения полезного движения МЛП – в возможности декомпозиции задачи такого построения.

Генерация управления (7) может трактоваться как реализация накладываемой на систему управляющей связи. Для сохранения целенаправленности синтезируемого движения многообразие, определяющее эту связь, должно гарантированно являться аттрактором модели (1), что и призвано обеспечить упомянутое управление. Упрощение его синтеза (без ухудшения качества) может быть достигнуто после замены указанного многообразия последовательностью притягивающих многообразий понижающейся размерности. Варьирование числа и градации размерностей этих заменяющих многообразий позволяет получить движения различного качества [4]. Такая геометризация их конструирования базируется на разделении исходной высокоразмерной задачи на ряд подзадач более низкой размерности. При этом декомпозиция результирующего движения на парциальные основывается не на свойствах рассматриваемой системы, а на последовательном во времени переводе её изображающей точки с предыдущего подмногообразия на последующее. Этот подход позволяет осуществлять не приближённую, а точную декомпозицию движений системы, чем значительно уточняется результат и упрощается процесс синтеза стратегии построения упомянутых движений.

Немалые трудности возникают обычно также и при создании регулятора поезда. Попытки построения движений больших сложных систем, обладающих комплексом заданных свойств, с использованием традиционных одноуровневых регуляторов достаточно часто оканчиваются неудовлетворительностью качества таких движений, либо созданием весьма сложных (а поэтому ненадёжных и дорогостоящих в реализации) алгоритмов управления [5]. Одним из наиболее приемлемых путей разрешения противоречия между качеством конструируемого движения и сложностью управления им является декомпозиция и децентрализация такого управления,

достигаемые при использовании иерархических (многоуровневых) регуляторов [5]. Исходя из результатов анализа информационных потоков, подлежащих обработке при построении движения МЛП, в качестве достаточно рациональной может быть предложена трёхуровневая структура такого построения. Каждый из уровней возглавляется одним из макроблоков регулятора, а реализующееся движение строится в процессе синтетического взаимодействия таких макроблоков. Глобальный алгоритм решения каждой из двигательных задач реализуется под управлением координатора – макроблока головного уровня регулятора. Для этого им определяется двигательный состав задачи, то есть – минимально достаточный набор паттерн движений элементов системы, инициируются запросы на их реализацию, а также осуществляется её контроль и корректировка. Упомянутые паттерны движений (как правило, – в виде их необходимых взаимоувязанных комбинаций) реализуется под управлением интроконтроллера – макроблока низового уровня регулятора. Наконец, опознание класса обстановки движения, его адаптация к этой обстановке, а также корректировка подлежащей решению двигательной задачи осуществляются под управлением адаптера – макроблока промежуточного уровня того же регулятора. Основные преимущества такого способа построения движения МЛП – в возможности эвристической, точной и адекватной декомпозиции задачи этого построения на ряд более простых подзадач и, благодаря этому, существенного повышения качества упомянутого движения (за счёт специализированного, более точного решения упомянутых подзадач), достигаемого без усложнения алгоритма управления им.

Подавление паразитных движений поезда в непредсказуемой обстановке может быть достаточно рационально осуществлено с использованием методов теории инвариантности [6], исходя из следующих соображений. Упомянутые движения могут быть описаны моделью

$$\begin{aligned}
 a_{\lambda\mu} \cdot \eta^\mu &= Y_\lambda; \\
 a_{\lambda\mu} &= c_{\lambda\mu} \cdot p^2 + (C_{\lambda,\mu\nu} \cdot \eta^\nu + \beta_{\lambda\mu}) \cdot p + l_{\lambda\mu}; \\
 p &= \frac{d}{dt} \quad \forall \lambda, \mu, \nu \in [\overline{N_s}, \overline{N_f}],
 \end{aligned} \tag{8}$$

где  $c_{\lambda\mu}, C_{\lambda,\mu\nu}, \beta_{\lambda\mu}, l_{\lambda\mu} \quad \forall \lambda, \mu, \nu \in [\overline{N_s}, \overline{N_f}]$  – ковариантный метрический тензор субагрегата (являющегося расчётной схемой механической подсистемы – МП – МЛП при изучении её нежелательных движений), его трёхиндексный символ Кристоффеля первого рода, а также диссипативные и квазиупругие коэффициенты модели;  $\eta^\lambda, Y_\lambda \quad \forall \lambda \in [\overline{N_s}, \overline{N_f}]$  – обобщённые координаты, с использованием которых описываются подавляемые движения, а также их возмущения;

$N_s, N_f$  – начальный и конечный номера таких координат в перечне обобщённых координат (полной) расчётной схемы МП МЛП. Если уравнения модели (8) упорядочены, то операторные коэффициенты  $a_{\lambda\lambda} \forall \lambda \in [\overline{N_s}, \overline{N_f}]$  характеризуют динамические качества отдельных каналов подсистемы, соответствующих её координатам. Коэффициенты же  $a_{\lambda\mu} \forall \lambda \neq \mu; \lambda, \mu \in [\overline{N_s}, \overline{N_f}]$  характеризуют взаимодействие таких каналов. Следовательно, любое из возмущений  $Y_\lambda$  может воздействовать на координату  $\eta^z$  либо непосредственно (через  $a_{zz}$  – при  $\lambda = z$ ), либо косвенно (по любой из цепочек  $a_{\lambda\lambda} - a_{\lambda\mu} - a_{\mu\mu} - \dots - a_{\phi\phi} - a_{\phi\chi} - a_{\chi\chi}$ ). Поэтому двумя принципами, рациональная комбинация которых может обеспечить селективную инвариантность  $\eta^z$  относительно  $Y_\lambda$ , является взаимная компенсация его воздействий на эту координату, а также изоляция соответствующего ей канала относительно воздействий (со стороны  $Y_\lambda$ ), имеющих место на практике, но не принимающих участие в упомянутой компенсации. Из изложенного следует, что влияние  $Y_\lambda$  на  $\eta^z$  может быть охарактеризовано значением минора  $D_{\lambda z}$  главного детерминанта модели (8). Таким образом, условию искомой инвариантности  $\eta^z$  относительно  $Y_\lambda$  может быть придан вид

$$D_{\lambda z} \equiv 0. \quad (9)$$

В то же время, автономность  $v$ -го канала подсистемы относительно  $\chi$ -го достижима при условии, что

$$a_{v\chi} \equiv 0; v \neq \chi. \quad (10)$$

Условия (9) и (10), определяя возможные (взаимодополняющие) способы достижения указанной селективной инвариантности, должны практически обеспечиваться путём подбора структуры и параметров МЛП. В частности, одним из приемлемых путей достижения справедливости соотношений типа (9) является соблюдение принципа двухканальности [7]. Заключается он в необходимости наличия (по крайней мере) двух путей воздействия  $Y_\lambda$  на  $\eta^z$ . При этом передаточные функции этих путей должны иметь равные модули и разные знаки. Отсутствующие в поезде дублирующие пути таких воздействий подлежат искусственному созданию. Являясь компаундирующими связями, они должны организовываться по каждому из возмущений, относительно которых желательна инвариантность.

Из анализа основной матрицы модели (8) следует, что необходимым условием реализуемости искомой инвариантности является соблюдение соотношения

$$D(\gamma)_{\text{sep}} \neq 0, \quad (11)$$

где  $D(\gamma)_{\text{sep}}$  – главный детерминант упомянутой модели движения подсистемы (после перехода к изображениям по Лапласу), разомкнутой в точке измерения стабилизируемой координаты;  $\gamma$  – параметр интеграла Лапласа. Иначе говоря, для физической реализуемости упомянутой инвариантности необходимо, чтобы основная матрица модели движения МП МЛП в разомкнутом состоянии после учёта такой инвариантности не становилась особенной. Наконец, достаточные условия реализуемости той же независимости  $\eta^z$  от  $Y_\lambda$  (то есть, условия параметрической инвариантности) связаны с фактической выполнимостью требований структурной инвариантности при помощи только физически осуществимых элементов поезда.

Построение движений МЛП согласно предлагаемой методике позволит ощутимо повысить качество его динамики и, в то же время, не потребует для этого значительного неоправданного усложнения, а также повышения ресурсоёмкости проектирования, натурной реализации или эксплуатации поезда.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Bellman R. Adaptive control processes. – Princ. Univ. Press, 1961. – 255 p.
2. Красовский Н.Н. Управление динамической системой. Задача о минимуме гарантированного результата. – М.: Наука, 1985. – 520 с.
3. Корнев Г.В. Очерки механики целенаправленного движения. – М.: Наука, 1980. – 192 с.
4. Барбашин Е.А. Введение в теорию устойчивости. – М.: Наука, 1967. – 223 с.
5. Мангейм М.Л. Иерархические структуры. – М.: Мир, 1970. – 180 с.
6. Кулебакин В.С. Теория инвариантности автоматически регулируемых и управляемых систем. // Труды 1-го конгресса ИФАК по автоматическому управлению. Т. 1. Теория непрерывных систем. Специальные математические проблемы – М.: Изд-во АН СССР. – 1961. – С. 247 – 258.
7. Петров Б.Н. Принцип инвариантности и условия его применимости при расчёте линейных и нелинейных систем. // Там же. – С. 259 – 271.